

Пояснительная записка

Программа составлена на основе Закона об образовании РФ, Федерального компонента государственного стандарта общего образования, стандарта основного общего образования по математике/ приказ МО РФ «Об утверждении Федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного и среднего (полного) общего образования №1089 от 05.03.2004г.», программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев, 2004г., составители Г.М. Кузнецова, Н.Г. Миндюк.

Практикум по решению математических задач разработан для углубления и расширения знаний учащихся. Курсу присущи систематизирующий и обобщающий характер изложений, направленность на закрепление и развитие умений и навыков, полученных на уроках математики.

Курс включает в себя основные разделы основной и средней школ по алгебре и началам анализа, геометрии и ряд дополнительных вопросов, непосредственно примыкающих к этому курсу и углубляющих его по основным идейным линиям. Материал подобран таким образом, чтобы обеспечить обобщающее повторение основных тем курса, углубить и расширить знания учащихся по темам “Тождественные преобразования выражений”, “Решение уравнений и их систем”, “Решение неравенств и их систем”, “Применение производной” и др. В программе более широко рассматриваются вопросы решения уравнений, неравенств, систем уравнений с модулями и параметрами, а также решаются иррациональные, тригонометрические неравенства. Больше внимания уделяется решению задач с использованием свойств функций с привлечением аппарата математического анализа.

Элективный курс ориентирован на расширение базового уровня знаний учащихся по математике, является предметно-ориентированным и дает учащимся возможность познакомиться с интересными, нестандартными вопросами математики, с весьма распространенными и не очень методами решения задач.

Отдельные вопросы, рассматриваемые в курсе, выходят за рамки обязательного содержания. Вместе с тем, они тесно примыкают к основному курсу. Поэтому данный элективный курс будет способствовать совершенствованию и развитию важнейших математических знаний и умений, предусмотренных школьной программой. Обобщение и систематизация знаний укрепит математический аппарат учащихся и подготовит их к сдаче ЕГЭ, а также позволит им успешно овладевать математическими знаниями при получении дальнейшего образования.

Целью элективного курса является

создание условий совершенствования математической культуры и творческих способностей учащихся

расширение возможностей учащихся в отношении дальнейшего профессионального образования

В процессе изучения курса ставятся и решаются следующие **задачи**:

- формировать навыки применения свойств тригонометрических функций и соотношение между тригонометрическими функциями при преобразовании тригонометрических выражений, при решении тригонометрических уравнений и неравенств, при решении нестандартных задач;

- формировать представления о новых методах решения тригонометрических уравнений; об уравнениях с обратными тригонометрическими функциями и некоторых методах их решения;
- развивать способности учащихся к математической деятельности;
- развивать коммуникативные навыки в процессе практической деятельности;
- способствовать формированию познавательного интереса к математике.
- формирование у учащихся целостного представления о теме, ее значения в разделе математики, связи с другими темами,
- формирование поисково-исследовательского метода, аналитического мышления, развитие памяти, кругозора, умение преодолевать трудности при решении более сложных задач
- осуществление работы с дополнительной литературой,
- акцентирование внимания учащихся на единых требованиях к правилам оформления различных видов заданий, включаемых в итоговую аттестацию за курс полной общеобразовательной средней школы;

Цели и задачи курса

- **Формирование** прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования.
- **Формирование** у учащихся устойчивого интереса к предмету; ориентацию на профессии, существенным образом связанные с математикой, подготовку к обучению в вузе.
- **Формирование** представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов.
- **Овладение** устным и письменным и письменным математическим языком.
- **Развитие** логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей каждого ученика на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности, не ограничивая сверху уровень сложности используемого задачного материала.
- **Развитие** как идейной, так и технической подготовки учащихся, т.е. с одной стороны регулярное идейное обогащение, с другой – развитие технических возможностей, увеличение объемов проводимых без ошибок выкладок.
- **Развитие** таких качеств, как сознательность, внутренняя честность, научное честолюбие.
- **Воспитание** средствами математики культуры личности: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимание значимости математики для общественного процесса.

Требования к уровню освоения содержания курса.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- построения и исследования простейших математических моделей;
- расчетов по формулам, обращаясь при необходимости к справочным материалам;

- для решения учебных и практических задач, требующих систематического перебора вариантов.

Обще учебные умения, навыки и способы деятельности.

В ходе изучения курса учащиеся продолжают овладение разнообразными способами деятельности, реализуют возможности самостоятельно ставить учебные цели, искать и использовать необходимые средства и способы их достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

- проведение доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, использования различных языков математики для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;
- решения широкого класса задач из различных разделов курса, поисковой и творческой деятельности при решении задач повышенной сложности и нетиповых задач;
- планирования и осуществления алгоритмической деятельности: выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; использования и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев, выполнения расчетов практического характера;
- построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин и реальной жизни; проверки и оценки результатов своей работы, соотнесения их с поставленной задачей, с личным жизненным опытом;
- самостоятельной работы с источниками информации, анализа, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт;
- учащиеся должны приобрести умения решать задачи более высокой по сравнению с обязательным уровнем сложности, точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения и излагать собственные рассуждения при решении задач, правильно пользоваться математической терминологией и символикой, применять рациональные приемы вычислений и тождественных преобразований, использовать наиболее употребительные эвристические приемы;
- систематизация математических знаний и умений, необходимых в практической деятельности и продолжения образования
- *В результате успешного изучения курса учащиеся должны знать:* алгоритмы решения уравнений, неравенств, содержащих переменную под знаком модуля; способы решения систем уравнений, неравенств различного уровня сложности; приёмы рационального счета; основные методы дифференцирования сложных функций; применение производной при решении задач прикладного характера;
- *В результате успешного изучения курса учащиеся должны знать:* алгоритмы решения уравнений, неравенств, содержащих переменную под знаком модуля; способы решения систем уравнений, неравенств различного уровня сложности; приёмы рационального счета; основные методы дифференцирования сложных функций; применение производной при решении задач прикладного характера;

Образовательные технологии:

проблемное обучение; развивающее обучение Л.В. Занкова;

технология дифференцированного обучения.

Формы организации занятий.

Элективный курс по теме "Практикум по математике" входит в образовательную область "Математика" и представляет углубленное изучение теоретического материала укрупненными блоками. Занятия проводятся в форме обзорных лекций, на которых сообщаются теоретические факты, семинаров и практикумов по решению задач, а также используется такой метод обучения, как метод проектов, который позволяет реализовать исследовательские и творческие способности учащихся. При работе будут использованы приемы парной, групповой деятельности для осуществления элементов самооценки, взаимооценки, умение работать с математической литературой

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Содержание образования развивается в следующих направлениях:

- Систематизация сведений о числах; формирование представлений о расширении числовых множеств как способе построения нового математического аппарата для решения задач окружающего мира и внутренних задач математики; совершенствование техники вычислений;
- Развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем;
- Систематизация и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем использовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи;
- Совершенствования математического развития до уровня, позволяющего свободно применять изученные факты и методы при решении задач из различных разделов курса, а также использовать их в нестандартных ситуациях;
- Формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных дисциплин, углубление знаний об особенностях применения математических методов к исследованию процессов и явлений в природе и обществе.
- Новые идеи, не опирающиеся на дополнительные теоретические сведения, вводятся через задачи по схеме: задача – самостоятельный поиск решения – разбор ее решения – выделение идеи.
- Использование принципа регулярности, параллельности, опережающей сложности принципа смены приоритета, вариативности, самоконтроля, принципа быстрого повторения, работы с текстом и моделирования ситуации.

1. Числовые и буквенные выражения.

- *Делимость целых чисел.*

Признаки делимости. Задачи на делимость, связанные с теоремой Ферма и разложением на множители. Текстовые задачи, использующие делимость целых чисел.

- **Решение задач с целочисленными неизвестными.**

Диофантовы уравнения первого и второго порядка с двумя неизвестными. Другие уравнения в целых числах. Уравнения с несколькими неизвестными в натуральных числах. Неравенства в целых числах (графические иллюстрации). Методы решения целочисленных задач: разложение на простые множители, теорема о делении с остатком, правило крайнего, оценки переменных, организация перебора. Целочисленные прогрессии. Целые числа и квадратный трехчлен.

- **Комплексные числа.**

Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Степени и корни. Применение комплексных чисел в элементарной математике и геометрии.

- **Многочлены с одной переменной.**

Деление многочленов. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Схема Горнера. Теорема Безу. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.

- **Преобразование алгебраических выражений.**

Преобразование рациональных выражений. Преобразование иррациональных выражений. Преобразование показательных выражений. Преобразование логарифмических выражений. Преобразование выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

2. Тригонометрия.

- Тожественные преобразования тригонометрических выражений. Тригонометрические функции тройного аргумента.
- Уравнения, приводящиеся к простейшим тригонометрическим уравнениям. Однородные тригонометрические уравнения.
- Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители. Решение тригонометрических уравнений с применением формул понижения степени.
- Применение универсальной подстановки при решении тригонометрических уравнений. Применение сумм в произведения и произведений в суммы при решении тригонометрических уравнений.
- Решение тригонометрических уравнений методом введения вспомогательного угла. Решение тригонометрических уравнений методом замены неизвестного, сведение к квадратным уравнениям.
- Решение тригонометрических уравнений с помощью оценки их левой и правой частей.
- Решение уравнений с обратными тригонометрическими функциями.
- Системы тригонометрических уравнений.
- Тригонометрические неравенства.
- Тригонометрические уравнения, решаемые с помощью тригонометрических неравенств.
- Отбор корней тригонометрических уравнений.
- Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем, содержащих переменную под знаком модуля.

- Задачи, связанные с графиками тригонометрических функций.
- Задачи, связанные с производными тригонометрических функций.
- Задачи с параметрами.
- Смешанная тригонометрия.

3. Функции.

- **Функции и графики.**

Определение функции. Способы задания функции. Классификация элементарных функций. Свойства элементарных функций. Чтение и построение графиков функций.

- **Исследование функций.**

Область определения функции. Множество значений функции. Разрыв графика функции. Монотонность функции. Экстремумы. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Четность. Периодичность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Выпуклость графика функции. Асимптоты. Ограниченность функции.

- **Исследование основных алгебраических функций без использования производной.**

Линейная функция. Квадратичная функция. Степенная функция. Дробно – линейная функция. Взаимно обратные функции. Преобразования графиков функций. Композиция функций и функциональные уравнения.

4. Начала математического анализа.

- **Понятие о пределе последовательности.**

Бесконечные последовательности. Последовательности ограниченные и неограниченные. Предел последовательности. Теорема о сходящихся последовательностях. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса. Переход к пределам в неравенствах.

- **Понятие о пределе функции.**

Понятие о непрерывности функции. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечные пределы. Асимптоты. Задачи с физическим содержанием по теме: «Предел функции».

- **Понятие о производной функции.**

Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные основных элементарных функций. Производные сложной и обратной функции. Вторая производная. Применение производной к исследованию функции и построению графиков.

- **Применение производной при решении прикладных задач.**

Использование производной при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, при нахождении наибольших и наименьших значений. Решение задач практической направленности с применением производной. Применение производной при решении некоторых задач с параметрами. Применение производной при решении прикладных задач. Экстремальные задачи в целых числах.

- **Понятие об интеграле.**

Первообразная и неопределенный интеграл. Интеграл и формула Ньютона - Лейбница. Геометрический смысл интеграла и его применение для вычисления площадей и объемов.

Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Простейшие дифференциальные уравнения.

5. Уравнения и неравенства.

- ***Целые рациональные уравнения.***

Алгебраические преобразования, замена переменной, применение свойств функций при решении целых рациональных уравнений. Некоторые примеры уравнений высших степеней, решаемые разложением левой части уравнения на множители методом неопределенных коэффициентов. Возвратные и симметрические уравнения. Рациональные корни уравнения с целыми коэффициентами, понижение степени уравнения.

- ***Уравнения, содержащие переменную под знаком абсолютной величины (модуля).***

- ***Дробно – рациональные уравнения.***

Алгебраические преобразования, замена переменной, применение свойств функций при решении дробно – рациональных уравнений.

- ***Иррациональные уравнения.***

Алгебраические преобразования, замена переменной, применение свойств функций при решении иррациональных уравнений.

- ***Показательные уравнения.***

Алгебраические преобразования, замена переменной, применение свойств функций при решении показательных уравнений. Отбор корней в показательных уравнениях.

- ***Логарифмические уравнения.***

Алгебраические преобразования, замена переменной, применение свойств функций при решении иррациональных уравнений. Отбор корней в логарифмических уравнениях.

- ***Комбинированные уравнения.***

Метод мажорант при решении уравнений. Использование различных свойств функций: использование области определения, ограниченности функции (область значений). Удачная группировка или подстановка. Решение уравнений с помощью оценки их левой и правой частей. Уравнения, решаемые функционально – графическим методом.

- ***Системы целых алгебраических уравнений.***

- ***Системы, содержащие дробно – рациональные уравнения.***

- ***Системы, содержащие иррациональные уравнения.***

- ***Системы, содержащие показательные уравнения.***

- ***Системы, содержащие логарифмические уравнения.***

- ***Решение текстовых задач.***

Задачи, связанные с понятиями «концентрация» и «процентное содержание». Задачи на движение. Задачи на работу. Задачи, в которых число неизвестных превышает число уравнений системы. Задачи, которые решаются при помощи неравенств. Задачи с целочисленными неизвестными. Задачи с альтернативным условием.

- ***Геометрический подход к решению негеометрических задач.***

- ***Рациональные неравенства.***

- **Показательные неравенства.**
- **Логарифмические неравенства.**
- **Иррациональные неравенства.**
- **Неравенства с модулем.**
- **Комбинированные неравенства.**

Метод интервалов при решении неравенств. Метод замены множителей (метод рационализации) при решении неравенств. Метод оценки при решении уравнений и неравенств.

- **Неравенства от нескольких переменных.**

Доказательство неравенств методом упорядоченных наборов. Доказательство неравенств при помощи выпуклых функций. Неравенства между средними. Геометрические методы доказательства неравенств.

- **Задачи с параметрами.**

Линейные уравнения и неравенства с параметрами. Задачи на исследование квадратичной функции (квадратные уравнения и неравенства) и расположение корней квадратного трехчлена. Задачи на исследование корней квадратного трехчлена. Алгоритмический подход в решении уравнений и неравенств с параметрами. Графические приемы при решении задач с параметрами (метод областей). Логические задачи. Необходимость и достаточность.

6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

- **Случайные события и вероятность.**

Случайные события. Случайный эксперимент и его исходы. Вероятность как предельное значение частоты. Опыты с равновероятными исходами. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность.

- **Комбинаторика.**

Правила умножения и сложения. Перестановки и размещения, факториал. Сочетания, бином Ньютона, треугольник Паскаля. Комбинаторные задачи с ограничениями. Комбинаторика разбиений.

- **Комбинаторика и вычисление вероятностей.**

Комбинаторные правила и формулы в задачах на вычисление вероятностей. Классические вероятностные задачи с выбором элементов из конечного множества.

- **Свойства вероятностей.**

Противоположное событие и его вероятность. Объединение и пересечение событий, диаграммы Эйлера. Несовместные события, правило сложения вероятностей. Независимые события, правило умножения вероятностей. Условная вероятность.

- **Случайные величины и их распределения.**

Понятие случайной величины, примеры. Распределение вероятностей случайной величины. Примеры распределений. Математическое ожидание и дисперсия. Случайные величины в статистических наблюдениях. Связь числовых характеристик выборки и случайной величины, закон больших чисел.

- **Анализ данных.**

Сбор и анализ статистических данных. Таблицы. Линейные, столбчатые, круговые диаграммы, диаграммы рассеивания.

- **Случайная выборка и ее представление.**

Генеральная совокупность и случайная выборка. Репрезентативность. Ранжированный ряд. Таблица частот. Группировка данных и интервальная таблица частот. Накопление частоты. Полигон и гистограмма.

- **Числовые характеристики случайной выборки.**

Числовые характеристики среднего: среднее арифметическое, мода, медиана. Числовые характеристики разброса: размах, отклонения, дисперсия, среднее квадратичное отклонение.

- **Испытания Бернулли.**

Повторные независимые испытания, успех и неудача. Число успехов в испытаниях Бернулли. Наивероятнейшее число успехов и распределение Бернулли. Вероятности различных событий в испытаниях Бернулли. Теорема Бернулли об отклонении частоты от вероятности.

7. Геометрия.

- **Геометрия на плоскости.**

Решение задач по теме: «Окружность». Точка на окружности. Точка внутри окружности. Точка вне окружности. Касающиеся окружности. Пересечение окружностей. Вневыписанная окружность. Касательная к окружности. Окружности, связанные с треугольником и четырехугольником. Пропорциональные отрезки в окружности. Углы, связанные с окружностью. Метод вспомогательной окружности. Окружность девяти точек. Метрические соотношения между радиусами вписанной и описанной окружностей.

Решение задач по теме: «Треугольник». Общие свойства треугольника. Свойства биссектрис, высот, медиан. Свойство ортоцентра. Ортотреугольник и серединный треугольник. Соотношения между сторонами и углами. Прямоугольные треугольники. Правильные треугольники. Теорема Чевы. Теорема Менелая.

Решение задач по теме: «Многоугольник». Параллелограмм. Трапеция. Прямоугольники и ромбы. Шестиугольники.

Решение задач по теме: «Площади плоских фигур».

Решение задач по теме: «Векторы».

- **Стереометрия.**

Построение сечений многогранника на основе системы аксиом и следствий из них.

Специальные методы построения сечений многогранников: метод следов, метод внутреннего проектирования, комбинированный метод. Геометрические построения в пространстве.

Расстояния в пространстве. Геометрические построения в пространстве. Примеры решения задач на проекционном чертеже.

Углы в пространстве. Векторный метод. Метод координат и особенности его применения. Двугранные и многогранные углы.

Вычисление объемов. Принцип Кавальери. Поверхности.

Фигуры вращения. Вписанные и описанные шары и сферы. Комбинация фигур вращения. Пересекающаяся сфера и многогранник.

**Тематическое планирование курса.
11 класс**

Номер урока	Содержание (тема) урока	Количество часов	Дата проведения урока
1.	Тождественные преобразования тригонометрических выражений. Тригонометрические функции тройного аргумента.	1	06.09
2.	Уравнения, приводящиеся к простейшим тригонометрическим уравнениям. Однородные тригонометрические уравнения. Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители.	1	13.09
3.	Применение универсальной подстановки при решении тригонометрических уравнений. Решение тригонометрических уравнений методом введения вспомогательного угла. Решение тригонометрических уравнений методом замены неизвестного.	1	20.09
4.	Решение тригонометрических уравнений с помощью оценки их левой и правой частей. Отбор корней тригонометрических уравнений.	1	27.09
5.	Решение уравнений с обратными тригонометрическими функциями.	1	04.10
6.	Системы тригонометрических уравнений.	1	11.10
7.	Тригонометрические неравенства.	1	18.10
8.	Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем, содержащих переменную под знаком модуля.	1	25.10
9.	Задачи, связанные с графиками тригонометрических функций	1	08.11
10.	Задачи с параметрами.	1	15.11
11.	Смешанная тригонометрия.	1	22.11
12.	Понятие о пределе последовательности.	1	29.11
13.	Понятие о пределе функции.	1	06.12
14.	Понятие о производной функции. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Применение производной к исследованию функции и построению графиков.	1	13.12
15.	Применение производной при решении прикладных задач.	1	20.12
16.	Первообразная и неопределенный интеграл. Интеграл и формула Ньютона - Лейбница. Геометрический смысл	1	27.12

	интеграла и его применение для вычисления площадей и объемов.		
7.	Показательные уравнения. Системы, содержащие показательные уравнения.	1	17.01
8.	Логарифмические уравнения. Системы, содержащие логарифмические уравнения.	1	24.01
9.	Комбинированные уравнения.	1	31.01
0.	Показательные неравенства.	1	07.02
1.	Логарифмические неравенства.	1	14.02
2.	Комбинированные неравенства. Метод интервалов при решении неравенств. Метод замены множителей (метод рационализации) при решении неравенств. Метод оценки при решении уравнений и неравенств.	1	21.02
3.	Геометрический подход к решению негеометрических задач.	1	28.02
4.	Комбинаторика. Правила умножения и сложения. Перестановки и размещения, факториал. Сочетания, бином Ньютона, треугольник Паскаля. Комбинаторные задачи с ограничениями. Комбинаторика разбиений.	1	07.03
5.	Случайные события и вероятность.	1	14.03
6.	Комбинаторика и вычисление вероятностей. Комбинаторные правила и формулы в задачах на вычисление вероятностей. Классические вероятностные задачи с выбором элементов из конечного множества.	1	21.03
7.	Свойства вероятностей. Противоположное событие и его вероятность. Объединение и пересечение событий, диаграммы Эйлера. Несовместные события, правило сложения вероятностей. Независимые события, правило умножения вероятностей. Условная вероятность.	1	04.04
8.	Случайная выборка и ее представление. Числовые характеристики случайной выборки.	1	11.04
9.	Испытания Бернулли.	1	18.04
0.	Построение сечений многогранника на основе системы аксиом и следствий из них. Специальные методы построения сечений многогранников	1	25.04
1.	Расстояния в пространстве. Геометрические построения в пространстве. Примеры решения задач на проекционном чертеже.	1	16.05
2.	Углы в пространстве. Векторный метод. Метод координат и особенности его применения. Двугранные	1	23.05

	и многогранные углы.		